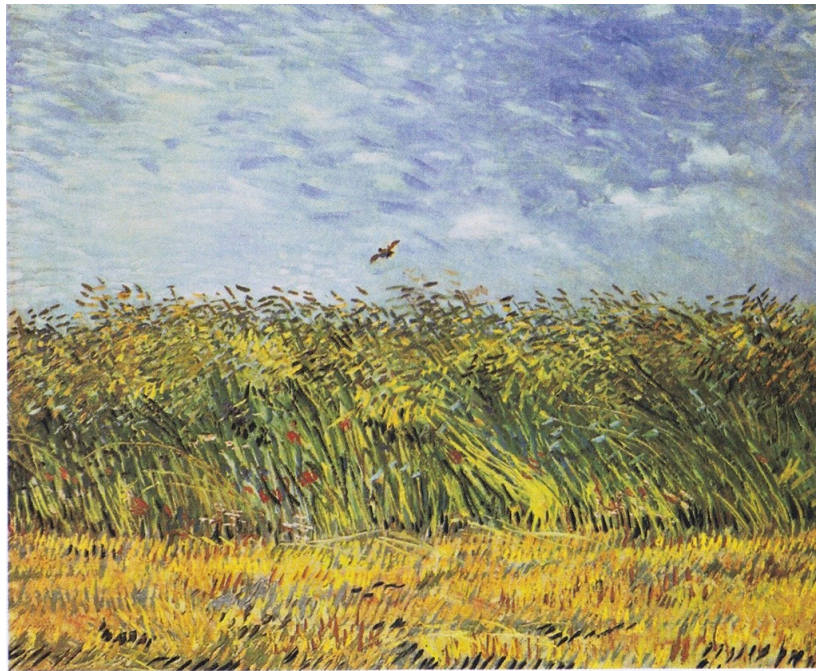


Walter Tydecks

Quantenfeldtheorie

– Wie aus Zahlen Operatoren wurden



Vincent van Gogh: Getreidefeld mit Mohnblumen und Lerche (1887)

Beitrag für den Themenkreis Naturwissenschaft und Technik von *50plus aktiv an der Bergstraße* am 22.5.2026 in Bensheim

Ankündigung

Kein Handy, kein GPS, kein MRT, kein E-Auto könnte ohne die Quantenfeldtheorie funktionieren. Was im Leben alltäglich geworden ist, beruht auf einer seit 1928 entstandenen Physik, die sich kaum jemand zu verstehen traut. Ein Vortrag von anderthalb Stunden kann kein Studium ersetzen, aber er kann mitten hineinführen in die Faszination, Bilder- und Gedankenwelt, die unseren Alltag umgestaltet.

Walter Tydecks wird das in drei anschaulichen Bildern erläutern:

Die Geräuschkulisse in einem Café ist wie ein Quantenfeld – nur mit Lauten.

Am Getreidefeld lassen sich alle Grundbegriffe der Quantenfeldtheorie ablesen und erklären: Der Boden, die Fasern, Faserbündel, Zusammenhänge, Entwicklungswege, Krümmung und Torsion. Das sind die Fachbegriffe der mathematischen Quantenfeldtheorie (Differentialgeometrie), die sogar viele Physiker nicht verstehen. Das Getreidefeld als Modell für das Quantenfeld. Ganz ohne Formeln.

Und schließlich der Elektromotor mit seinem elektronisch gesteuerten Zusammenspiel von rotierenden Magneten, elektrischen Stromflüssen, Zahnrädern, Übertragungswellen und wenn es gut geht den inneren Abläufen, dank derer im Auto alles ineinander greift und ein Reisevergnügen verspricht.

Zwei Themen werden für spätere Treffen offen bleiben: Das Chatten mit neuronalen Netzen als Quantenfeld der Worte und ein tieferes mathematisches Verständnis, mit welchen Zahlen es zur Quantelung der Feldstärken und zum Wechselspiel von Magnetismus und Elektrizität kommt.

Einleitung – die Quantenfeldtheorie als eine neue wissenschaftliche Methode

Die in den 1920ern entstandene Quantenfeldtheorie ist der Geniestreich einer neuen Generation. Erwin Schrödinger (1887-1961) war gleichsam der "Senior", als er 1925 im Alter von 39 Jahren die Schrödinger-Gleichung veröffentlichte. Mit ihr wurden quantenmechanische Zustände erstmals nicht durch Teilchenbahnen, sondern durch Wahrscheinlichkeitswellen beschrieben. Dann ging es schnell. In wenigen Jahren folgte ab 1927 die Quantenfeldtheorie, der Nachweis der theoretisch vorhergesagten Antimaterie und vieles mehr. Seither gelten nicht mehr die Teilchen, sondern die Felder als das Fundamentale der Natur. Aus statischen Gesetzen mechanischer Partikel, die wir überschauen und formulieren können, wurde die Systembewegtheit des Feldes, in das wir uns wie in ein Unbekanntes und Berechenbares hinein begeben müssen. Wolfgang Pauli (1900-1958), Werner Heisenberg (1901-1976) und Paul Dirac (1902-1984) waren kaum über 20 Jahre alt, als sie wie im Rausch ein neues Weltbild der Physik schufen, das jedoch sogar in der Physik außerhalb der kleinen Kreise der "eingeweihten Fachspezialisten" viele nicht verstehen. Vertreter der ersten Revolution der Physik blieben skeptisch: "Gott würfelt nicht" (Einstein). Was soll dann erst ein Laie davon halten? Bis heute hat die Quantenfeldtheorie in der Öffentlichkeit den Ruf einer esoterischen Disziplin, und das, obwohl die mit ihr ermöglichten technischen Umwälzungen den Alltag nicht

weniger geprägt haben als die erste industrielle Revolution mit der Dampfmaschine. Die politisch erzwungene Emigration vieler Physiker nach 1933 verstärkte den Eindruck von etwas Besonderem, fast wie aus einer anderen Welt. Für die Physik in Deutschland war das eine Katastrophe und eine Herausforderung für das intellektuelle Selbstverständnis in Deutschland und der eigenen Geschichte. Das ist nach meinem Eindruck weitgehend offen geblieben und kann auch in diesem Beitrag nicht weiter ausgeführt werden.

Was ist das Neue der Quantenfeldtheorie? Das sind gar nicht so sehr die komplexen mathematischen Gleichungen, sondern eine völlig neue Sicht auf die Natur und die Naturwissenschaft: Natur besteht aus Operatoren statt aus Teilchen oder Zahlen. Die Mathematik bleibt, aber sie bekommt eine neue Aufgabe: Sie beschreibt, was Operatoren tun.

Was ist mit Operatoren gemeint? Im Alltag ist ein Operator eine "Person, die beruflich technische Anlagen, Rechner o.Ä. überwacht und steuert" ([DWDS.de](https://www.dwds.de), abgerufen am 9.5.2026) oder auch ein Arzt, der eine Operation durchführt, allgemein gesprochen jemand, der etwas tut (ein Arbeiter, Verrichter, Schöpfer einer Sache, so die Übersetzung des lateinischen Wortes *operator*). Das wird auf die Physik übertragen. Die Physik verwendet mathematische Operatoren, eine "(mathematische) Funktion, Vorschrift, die meist durch ein Symbol repräsentiert wird und aus mathematischen oder logischen Objekten neue Objekte bildet" (DWDS). Jeder Punkt im Feld ist durch seine Fähigkeiten definiert, was an diesem Punkt geschehen kann. Es geht nicht nur um die Wahrnehmung und Reaktionsmöglichkeiten auf äußere Einflüsse, sondern sogar in einem leeren Feld (Vakuum) können an diesem Punkt wie aus dem Nichts Teilchen entstehen und wieder verschwinden. Der Operator ist die Grundfigur, aus der im weiteren außerhalb der Physik Pflanzen, Tiere, handelnde Menschen und ganze Geschichten entstehen können. Was mit Operator gemeint ist, umfasst fünf miteinander verbundene Aspekte:

- Der Möglichkeitsgestalter / Das Potenzial: Da der Operator im Vakuum festlegt, was theoretisch passieren *könnte* (Teilchenerzeugung und -vernichtung, in Operatorschreibweise: $\alpha^\dagger|0\rangle = |1\rangle$ und $\alpha|1\rangle = |0\rangle$, wobei $|0\rangle$ für den Vakuumzustand steht), ist er die verkörperte Möglichkeit.
- Der Akteur / Der Handelnde: Ein Operator "tut" etwas mit dem Zustand des Feldes. Er ist nicht passiv, sondern die aktive Instanz, die Veränderung bewirkt.
- Der Regisseur / Das Skript: Wird das Feld als die Bühne gesehen, auf der etwas geschieht, ist der Operator die Anweisung, wer wann aufzutreten hat. Aus diesen kleinen Anweisungen entstehen später die großen Geschichten (komplexe Systeme).

- Der Impulsgeber: Der Operator ist der Funke, der im Feld etwas auslöst, selbst wenn scheinbar nichts vorhanden ist.
- Das Wirkprinzip: Der Operator beschreibt, dass an jedem Punkt des Raumes eine inhärente Logik des Wirken-Könnens besteht.

Zusammengefasst: Der Operator ist die *Keimzelle der Aktivität*. Während der Wert eines Punktes in einem Feld (Feldwert) nur eine Beschreibung ist, die auf Messungen beruht und mit ihnen bestätigt werden kann, ist der Operator die Fähigkeit zur Tat.

Und nun kommt der Clou: *Jede Wirkung ist selbst wieder ein Operator*. Sie löst neue Wirkungen aus. Es gibt keine erste Ursache, nur ein Netz von Wechselwirkungen. Jedes Geschehen ist nicht nur von einem Operator hervorgerufen, sondern seinerseits ein Operator, der auf den ursprünglichen Operator zurückwirken und auf anderes Geschehen einwirken kann.

Ist die Physik mit der Quantenfeldtheorie eine Philosophie, eine Magie oder eine Religion geworden, so wie der Faust von Goethe nachdenkt, was am Anfang war: War es das Wort oder die Tat? Die besondere Leistung der Quantenfeldtheorie liegt darin, hierfür eine mathematische und physikalische Theorie entwickelt zu haben, die sich nicht nur experimentell überprüfen und nachweisen lässt, sondern die mit einer Präzision zutrifft, die bis heute selbst die Physiker immer wieder überrascht.

Die Mathematik wandelt nochmals ihren Charakter: Waren ursprünglich in Ägypten und Mesopotamien aus den Bildern (Hieroglyphen, Keilschrift) Zahlen geworden, war in Griechenland aus den Zahlen Wissenschaft entstanden und waren mit ihr in der frühen Neuzeit aus den Zahlen Vorstellungen geworden, die bis in das Reich der Träume gehen (imaginäre Zahlen), sind seit dem 19. Jahrhundert in wissenschaftlichen Darstellungen aus Zahlen Pfeile und aus komplexen mathematischen Rechnungen anschauliche Umwandlungen von Graphiken und Diagrammen geworden, so sind mit der Quantenfeldtheorie aus Zahlen Operatoren geworden. Sie sind nicht mehr bestimmte feste Größen, mit denen gerechnet und operiert werden kann, sondern mit ihnen werden die Zahlen zu *Akteuren*. Das zu verstehen fällt so schwer, dass bis heute nicht einmal die Philosophie sich damit zu beschäftigen gewagt hat. Nur bei Georg Cantor gab es eine erste Idee davon, als er von der *Mächtigkeit* der aktual-unendlichen Mengen sprach. Er sah die Sprengkraft, die Auswirkungen bis in die Religion hat, und gerade daher bisher kaum aufgegriffen wurde.

Die Quantenfeldtheorie unterscheidet das Materiefeld (die Dinge selbst), das Botenfeld (die Austauschprozesse) und das Krümmungsfeld (die messbare Intensität des Geschehens). Diese

Dreiteilung ist nicht nur für die Physik revolutionär. Sie ist eine neue wissenschaftliche Methode überhaupt.

Was damit gemeint ist, wird im Folgenden an drei Beispielen ausgeführt. Stellen wir uns ein Café vor. Die Gäste sind die Operatoren. Sie tauschen Blicke, Gesten und Worte aus. Das sind die Boten, die zwischen den Gästen kommunizieren. Überraschende Ereignisse können die Situation krümmen. – Oder das Getreidefeld, wie es van Gogh gemalt hat. Die Halme tun etwas: Sie schwingen, wachsen zum Licht, reifen, und wenn ein Sturm aufkommt, fangen sie den Windstoß ab und richten sich wieder auf. – Schließlich der Elektromotor: Dort agieren die Elektronen und tauschen Photonen aus. Es ist die Aufgabe der Ingenieurkunst, daraus einen Antrieb zu bauen, der herkömmlichen Verbrennungsmotoren überlegen ist. Im Ergebnis wird sich zeigen, dass diese Beispiele nicht nur helfen, die Quantenfeldtheorie zu verstehen, sondern umgekehrt anregen, wie mit der Methode der Quantenfeldtheorie sowohl für Natur- und Technikwissenschaften als auch für Geisteswissenschaften wie Soziologie und Linguistik ein Wandel ihres Weltbildes möglich wird.

Feldstärken (Potentiale und Quantensprünge)

Für das Verständnis der Quantenfeldtheorie sind vor allem zwei Themen wichtig:

– Was versteht die Physik unter Feldstärken und warum ändern sich die Feldstärken in Quantensprüngen?

– Wie ist es dem Physiker Paul Dirac gelungen, die Quantenfeldtheorie zu begründen?

In der klassischen Physik wurden die Bewegungskurven *einzelner Objekte* betrachtet, z.B. eines herabfallenden Steins, die Wurfparabel von Geschossen oder die Bahnen von Billardkugeln. In der Wirklichkeit ereignen sich dagegen unendlich viele Bewegungen gleichzeitig. Schon für drei sich gegenseitig beeinflussende Körper ist nicht vollständig zu berechnen, wie sie sich bewegen werden. Wird die Gesamtwirkung aller Bewegungen berücksichtigt, kann an jedem Punkt nur gemessen werden, welche Summe dort ankommt.

Was damit gemeint ist, lässt sich am Beispiel eines gut besuchten Café verstehen. Es ist wie eine kleine Bühne. An allen Nachbartischen viele und oft aufgeregte Stimmen und Gespräche, herumlaufende Menschen, das Zischen der Kaffeemaschine und das Klappern des Geschirrs, Ventilatoren summen, von draußen Straßenlärm. Niemand kann das alles gleichzeitig erfassen. Im Ergebnis kommt am Ohr eine diffuse Lautstärke an, die sich physikalisch durch den

Schalldruckpegel (gemessen in der Dezibel-Skala) und die Tonfarbe (Frequenzspektrum) beschreiben lässt.

Die Lautstärke ist der momentane Wert: Das, was gerade ist. Doch die Atmosphäre im Café ist weit mehr. Es ist die Spannung, wie es weiter gehen wird. Sie kann als das akustische Potential bezeichnet werden. Wie werden im nächsten Moment die Lautstärke und die Stimmung sein? Man stelle sich vor, Michael Jackson und Ola Ray betreten das Café, einander anstrahlend und in großer Erregung, wie es das Video zu seinem Hit *Thriller* zeigt. Eine Welle würde durch den Raum gehen. Einen Augenblick ist alles wie gebannt, bis sich an allen Tischen die Spannung in lauten Gesprächen entlädt und die Gäste nach einer Weile zu ihren üblichen Gesprächen zurückkehren, aber durch das unerwartete Ereignis innerlich verwandelt und später davon erzählen werden. Das ist die Spannung zwischen dem gegenwärtigen Geräuschempfinden und den möglichen nächsten Klängen. Dieses Potential ist keine einfache Zahl mehr, sondern ein *Raum von Möglichkeiten*, ähnlich wie in der Physik ein Feld noch keine Kraft ausübt, aber die Fähigkeit dazu in sich trägt. Alles kann sich im nächsten Augenblick verändern. Es geht um die Regeln, welche Änderungen möglich sind und wie sie erfolgen können.

Daher wendet sich der Blick von den einzelnen physikalischen Objekten und ihren Bewegungen zu einem *Feld*. Das Wort "Feld" leitet sich etymologisch von der indogermanischen Wurzel *pelə- oder *pla- ab, was so viel wie "breit", "flach", "plan" oder "ausbreiten" bedeutet ([DWDS](#)). Nach einem Hinweis im Grammatisch-Kritisches Wörterbuch von Adelung 1793-1801 könnte es von "Fällen" und damit von "Fall" kommen, wenn Wälder und Bäume gefällt werden, um Flächen für die landwirtschaftliche Bearbeitung zu schaffen ([Adelung](#)). Ein Feld ist die Gesamtheit ähnlicher Pflanzen, die gemeinsam angebaut, gepflegt und geerntet werden. Von dieser Bedeutung leiten sich viele Metaphern ab. Die Bibel spricht vom Feld Moab oder dem Feld Edom (im Hebräischen [Sadeh](#), פָּדֵשׁ), die Griechen von den elysischen Feldern (*Elýsion pedíon*), ἑλύσιον πεδίων). Bei geometrischen und physikalischen Figuren wird von Feldern gesprochen, die untereinander ähnlich sind. Im Krieg ziehen Soldaten ins Feld. Auf Spielbrettern werden die Figuren über Felder geführt.

Felder sind eine Mannigfaltigkeit, zugleich in einer gut erkennbaren, aber offenen Ordnung. So wie es Vincent van Gogh 1887 gezeichnet hat: Er hat gemalt, was er sah, aber er hat auch gemalt, was er fühlte: ein Feld, das lebt, das schwingt. So ähnlich stellen wir uns heute das Quantenfeld vor.

In den Naturwissenschaften sind Felder seit den bahnbrechenden Arbeiten von Michael [Faraday](#) (1791-1867) bekannt, der im Zusammenhang mit seiner Entdeckung der elektromagnetischen Induktion 1831 von Feldlinien (*lines of force*) sprach. Sie werden meist mit kleinen Pfeilen

dargestellt, wobei Länge und Spitze der Pfeile für Größe und Richtung der aktuellen Feldstärke stehen. Magnetismus und Elektrizität sind Felder, die den gesamten Raum strukturieren. Es sind keine sichtbaren Billardkugeln, die durch den Raum rollen und mit ihren Stößen andere Kugeln in Bewegung versetzen, sondern im elektromagnetischen Feld sind mit einer Sonde überall die jeweiligen Feldstärken zu messen, die dort zwar verborgen, aber vorhanden sind. Damit hatte Faraday erstmals mit dem Konzept der Fernwirkung (*actio in distans*) gebrochen. Kräfte wirken nicht instantan (unverzögert) über die Distanz, sondern mit endlicher Geschwindigkeit entlang von Feldlinien.

Da kam die große Überraschung, dass sich die Feldstärke nur sprunghaft ändert. Als Max [Planck](#) (1858-1947) in den 1890ern die Strahlung schwarzer Körper untersuchte, hatte er dieses Ergebnis nicht erwartet. Ein schwarzer Körper ist ein idealisiertes Objekt, das jegliche auf ihn treffende Teilchen und Strahlung (Licht, Wärme) vollständig schluckt und nichts davon reflektiert. Nichts, was auf ihn eintrifft, kommt zurück, sondern wird aufgenommen und erzeugt im Innern eine diffuse Wärme. An der Wärme ist nicht mehr zu erkennen, welche Einflüsse sie aufgeheizt oder abgekühlt haben. Sie vernichtet die mit den einzelnen Einwirkungen gegebenen Informationen über deren jeweilige Besonderheit und Beschaffenheit, und wandelt sie in eine Gesamtheit um, gerade so, wie an der jeweiligen Feldstärke nur noch die Summe aller Einflüsse zu erkennen ist. Der schwarze Körper sendet lediglich eine Wärmestrahlung aus, deren Intensität und Farbe allein von seiner Temperatur abhängen. Planck beobachtete dabei, dass diese Energie nicht kontinuierlich abgegeben wird, sondern in winzigen Portionen: den Quanten. Seine Messergebnisse widersprachen der bekannten Physik, die seit Aristoteles überzeugt war: Die Natur macht keine Sprünge.

Aus der Not heraus führte er eine *Hilfsgröße* ein (dafür steht die Abkürzung h), die von ihm erraten war, dann aber fortlaufend genauer bestimmt werden konnte und sich in den Messungen bestätigte. Niemand war darüber so unzufrieden wie er selbst. Er schrieb noch Jahrzehnte später 1931 dem amerikanischen Physiker Robert W. Wood: "Kurz zusammengefasst kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen. Denn von Natur aus bin ich friedlich und bedenklichen Abenteuern abgeneigt. Aber ich hatte mich seit 6 Jahren mit dem Problem des Gleichgewichts zwischen Strahlung und Materie herumgeschlagen, ohne einen Erfolg zu erzielen." (Hentschel 2023, 19) Aus dieser Größe wurde das nach ihm benannte Plancksche Wirkungsquantum h . Es ist bis heute eine fundamentale Naturkonstante. Das bedeutet: Es gibt keine Herleitung. Es gibt keine tiefere Theorie, aus der der Wert von h (ca. $6,626 \cdot 10^{-34}$ Joule mal Sekunde) berechnet werden könnte. Joule ist die Einheit für Energie. Die Größe h ist das kleinste Energie-Zeit-Paket. Niemand weiß, warum es genau diesen Wert hat und nicht z.B. etwa doppelt so groß ist. Die Physiker haben

akzeptiert, dass das Universum auf kleinster Ebene gekörnt ist. (Hinweis: In der Physik wird häufig mit der Größe \hbar gerechnet. Es gilt: $\hbar = h / 2 \pi$. Das kürzt die Schreibweise mancher Rechnungen ab. \hbar wird als Dirac-Konstante bezeichnet und "h-quer" ausgesprochen.)

Für mathematisch Interessierte: Während die klassische Physik im Kontinuum der reellen Zahlen operiert, erzwingt die Geometrie hier eine Rückkehr zur Ganzzahligkeit. Auf einer unendlichen Geraden kann eine Welle jede beliebige Wellenlänge haben. Wird der Raum jedoch *geschlossen* – wie bei einem Kreis oder einer Saite –, muss die Schwingung exakt in den Umfang passen, um stabil zu bleiben. Die Quantensprünge sind somit kein Zufall, sondern eine Resonanzbedingung: Nur ganzzahlige Vielfache einer Grundschwingung bleiben bestehen. Hier trifft Physik auf Topologie. – Planck fand 1900 die Energiepakete mathematisch durch Statistik; erst de Broglie und Schrödinger lieferten 1924-26 die geometrische Begründung (die Wellenmechanik). Dies ist ein Beispiel für einen typischen Paradigmenwechsel: De Broglie und Schrödinger suchten nicht mehr nach festen Teilchen. Sie begannen, Materie als Wellenphänomen zu begreifen, während ihr Wegbereiter Planck noch von den eigenen Ergebnissen schockiert war.

Elektrizität und Dirac-Gleichung

Damit ist nicht erklärt, sondern anschaulich und intuitiv nahegelegt, warum die Quantenfeldtheorie mit Quanten zu tun hat. Sie beschreibt die Entwicklung von sich sprunghaft verändernden Feldgrößen. Doch dies ist nur der erste Schritt. Für die Quantenfeldtheorie kommt noch ein entscheidender Gedanke hinzu, den 1928 der englische Physiker Paul [Dirac](#) (1902-1984) ergänzt hat. Er wollte die Quantenmechanik (die damals noch nicht relativistisch war) mit Einsteins spezieller Relativitätstheorie verbinden. Sein entscheidender Anstoß war die Entdeckung des Spin und dessen Bewegungsgesetzen durch Wolfgang [Pauli](#) (1900-1958) ein Jahr zuvor. Seine Gleichung enthielt den Spin des Elektrons, ohne zusätzliche Annahmen treffen zu müssen.

Um zu verstehen, um was es beim Spin geht, ist an die Impuls-Übertragung zu erinnern. Wenn eine Billardkugel eine andere anstößt, ändern beide ihre Bewegung: Ihre Geschwindigkeit und bei angeschnittenen Stößen ihre Richtung. So wird es möglich, die angestoßene Billardkugel in eines der Löcher (Taschen) am Rande der Spielfläche rollen zu lassen. Aber niemand kann sehen oder messen, was bei dieser Übertragung von einer Kugel zu einer anderen Kugel geschieht. Die eine Kugel gibt an die andere Kugel "etwas" ab, das Impuls genannt wird, oft auch Anstoß, Moment, Stimulus oder *boost*. Der Impuls bleibt für sich unsichtbar (verborgen). Er ist kein Staffelholz, das

von einer Kugel zur anderen weiter gereicht wird. Niemand kann sagen, was der Impuls ist und ob es ihn wirklich gibt. Er ist nur *indirekt* nachzuweisen. Der Rückstoß macht erfahrbar, dass wirklich etwas abgegeben wurde. Er ist eine reine Rechengröße für die mathematischen Formeln, mit denen vorausgesagt wird, wie sich nach dem Zusammenprall die Bewegungen der beteiligten Kugeln ändern und die Bilanz aufgeht (Erhaltung des Gesamtimpulses). An den Beobachtungen konnte die einfache Formel erkannt werden, dass diese Rechengröße (der Impuls) das Produkt von Masse und Geschwindigkeit der jeweiligen Kugel ist und ihre Übertragung vom Winkel abhängt, wie beide Kugeln zusammenstoßen.

Entsprechend ist auch die Formel von Dirac zu verstehen. Jetzt stoßen nicht mehr zwei Kugeln zusammen, sondern ein Elektron bewegt sich durch ein elektromagnetisches Feld. Die Punkte gelten nicht mehr als Kugeln, gegen die es anstößt, sondern als Träger von Feldstärken. Die Dirac-Gleichung berechnet, wie aus der Feldstärke des jeweiligen Punktes ein Anteil auf die Energie des Elektrons übergeht. Was genau geschieht, ist ebenso wenig zu beobachten wie beim Impuls, aber es lässt sich überprüfen, ob die lokalen Feldstärken den Bewegungsverlauf so verändern, wie es die Theorie vorhersagt.

Damit das möglich wird, muss das Elektron eine intrinsische Eigenschaft besitzen: den Spin (den quantenmechanischen Eigendrehimpuls). Das Elektron kann sich in unterschiedlichen Spin-Zuständen befinden. Ein solcher Zustand wird mathematisch als Spinor bezeichnet. So ergibt sich das Gesamtbild: Der Spin-Operator repräsentiert die Messung dieser Eigenschaft. Wird der Operator auf den Spinor angewendet (den jeweils gegebenen Spin-Zustand) und verändert oder erhält ihn, liefert er als Ergebnis den exakten Messwert (den quantenmechanischen Zustand des Spins nach der Operation). Der jeweilige Spin-Zustand bestimmt, wie das Elektron auf äußere Einflüsse – wie etwa ein Magnetfeld – reagiert und wie sich seine Bewegung dadurch beeinflussen lässt.

Um auf diese Weise rechnen (multiplizieren) zu können, müssen für alle diese Größen mathematische Darstellungen gefunden werden. Physiker beobachten, dass sich der Spin des Elektrons im stabilsten Zustand parallel zum Magnetfeld ausrichtet, da dies der Zustand niedrigster Energie ist. Erhält dagegen das Elektron von außen Energie in passender Form (Resonanz), kann es in den angeregten, antiparallelen Zustand umklappen und sich in die genau entgegengesetzte Richtung stellen. Da dieser Zustand energiereich und instabil ist, kann das Elektron jederzeit unter Energieabgabe wieder in die parallele Lage zurückfallen. Andere Zustände außer 'parallel' und 'antiparallel' konnten nicht beobachtet werden. Es gibt nur diese beiden Möglichkeiten. Der Wechsel zwischen den beiden einzig möglich Zuständen wird in der Halbleitertechnik und Spintronik zur

Informationsverarbeitung genutzt, indem sie sie als die physikalische Darstellung der beiden Bits 0 und 1 wählen und darauf digitale Rechnungen aufbauen. Mit einem Wort: Der Spin ermöglicht die technische Anwendung der Quantenfeldtheorie in der Informatik und konkret der Halbleitertechnik. Darauf basieren alle elektronischen Systeme von Handy bis zum Elektroauto.

Das englische Wort *spin* bedeutet "sich drehen" oder "rotieren". Die Physiker dachten anfangs an eine rotierende Spindel (Spinning top). Pauli widersprach 1925 energisch, als der Student (und sein späterer erster Assistent) Ralph [Kronig](#) (1904-1995) von "Spin" sprach und blieb zunächst bei seiner eigenen Bezeichnung "klassisch nicht beschreibbare Zweideutigkeit" (womit er meinte, dass das Elektron nur in den beiden Zuständen 'parallel' und 'anti-parallel' auftreten kann). Würde sich das Elektron drehen, wäre die Drehgeschwindigkeit weit schneller als das Licht. Noch im gleichen Jahr wurde die Veröffentlichung von George Uhlenbeck und Samuel Goudsmit bekannt, die ebenfalls von Spin sprachen, und Pauli ließ sich überzeugen. Der Name *Spin* ist eine Metapher und beschreibt nicht, was das Teilchen tut (sich drehen), sondern wie es auf die im Raum ausgebreiteten Magnetfelder reagiert. Es ist ein "Drehimpuls ohne Drehung". Statt von Drehung zu sprechen, wird daher vom *Spin-Operator* gesprochen. Der "Spin-Operator" ist die mathematische Verallgemeinerung einer Drehung im abstrakten, zweidimensionalen Zustandsraum (dem Spinorraum). Der Spin-Operator beschreibt einen Aspekt des Elektrons, der zuvor unzutreffend als Drehung bezeichnet wurde. Später formulierte Pauli seine Theorie präziser: Er erkannte, dass eine zusätzliche, zweiwertige Quantenzahl eingeführt werden muss – der Spin –, um das nach ihm benannte Prinzip zu formulieren: Zwei Elektronen dürfen sich nie in allen vier Quantenzahlen gleichen. Die vierte Quantenzahl ist dabei der Spin. Dafür erhielt er 1945 auf Vorschlag von Albert Einstein den Nobelpreis.

In der Mathematik wurde bereits gelegentlich von Operatoren gesprochen, zum Beispiel vom Differentialoperator, der auf einer gegebenen Funktion operiert und ihre Ableitung bestimmt. Die Physik war aber bei Begriffen geblieben, die sich auf die Anschauung stützen können. Mit dem Spin-Operator wurde erstmals ein Operator eingeführt, mit dem die Physik die klassische Anschauung endgültig aufgab und durch einen reinen Operatoren-Kalkül ersetzte. (Genau genommen war es bereits beim Impuls nicht anders, aber aufgrund der einfachen Formel für den Impuls hat das niemand als einen Operator bezeichnet.)

Maxwell hatte die mathematischen Formeln gefunden, wie sich die Elektrodynamik mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Einstein hatte erkannt, dass Maxwells Formeln im Widerspruch zur klassischen Mechanik stehen: Diese hatte eine Fernwirkung angenommen. Massen wirken mit der Gravitation unmittelbar aufeinander. Es vergeht keine Zeit, um die Wirkung auszubreiten. Sie ist

unmittelbar überall zu spüren. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist unendlich groß und also weit größer als die Lichtgeschwindigkeit. Um diesen Widerspruch zu lösen, hat Einstein die Gesetze der Mechanik dahin geändert, dass auch in der Mechanik die Lichtgeschwindigkeit die größtmögliche Geschwindigkeit ist. Das hat eine Reihe von Konsequenzen bis hin zur Erkenntnis, dass Energie und Masse über die Lichtgeschwindigkeit auseinander berechnet werden können: $E = mc^2$.

Dirac zog 1928 die Schlussfolgerungen, um die Bewegungsbahnen von Elektronen in einem magnetischen Feld berechnen zu können. Seine Theorie war nicht einfach ein genialer Einfall, sondern er konnte von der Anschauung ausgehen. Er musste zwei Erfahrungen aus dem Alltag zusammenbringen, in denen sich Elektrizität und Relativität zeigen. Zum einen ist im Alltag bereits bei mechanischen Objekten die Relativität der Bewegung erfahrbar und wird zurecht in allen Ausführungen zur Speziellen Relativitätstheorie von Einstein genannt: Wenn im Bahnhof auf dem Nachbargleis ein Zug aus dem Bahnhof hinauszufahren beginnt, habe ich das Gefühl, der Nachbarzug würde stehen bleiben und ich würde zu fahren beginnen.

Zum anderen ist aus dem Alltag bekannt: Wenn sich ein Magnet nahe einer Drahtspule zu drehen beginnt, beginnt in der Spule Strom zu fließen (die von Faraday entdeckte Induktion, der Elektro-Generator). Und umgekehrt gilt: Fließt Strom durch eine Spule, baut sie ein Magnetfeld auf. Werden zwei Spulen geschickt kombiniert, werden sie sich je nach Stromrichtung anziehen oder abstoßen. Diese Anziehung oder Abstoßung kann eine Drehung erzeugen. So wird aus Strom Bewegung: ein Elektromotor.

Dirac brachte beides zusammen. Er fragte: Was geschieht, wenn ein Elektron sich um einen Atomkern bewegt? Selbst wenn für uns als ruhende Beobachter kein Magnetfeld erkennbar ist, befindet sich aus Sicht des Elektrons das Elektron in Ruhe und der Atomkern bewegt sich. Ein sich bewegendes Atomkern erzeugt aber ein Magnetfeld, dessen Feldstärke über den Spin-Operator auf den Bewegungszustand des Elektrons wirkt.

Das war zunächst nichts als ein mathematisches Gedankenspiel. Es ist nicht zu sehen, was wirklich im Innern des Elektrons geschieht, aber experimentell lässt sich mit geradezu überraschender Genauigkeit nachweisen, dass sich das Elektron so verhält wie von der Dirac-Gleichung vorhergesagt.

Das Ergebnis ist die Spin-Bahn-Kopplung: Anschaulich gesprochen spürt das Elektron über seinen Spin das Magnetfeld, das der (aus Sicht des Elektrons) bewegte Atomkern erzeugt. Es richtet sich danach wie eine Kompassnadel aus. Der Spin wirkt hier wie ein mathematischer Operator: Er ist das Werkzeug, mit dem das Elektron seine Umgebung *liest* und auf sie reagiert. Der Spin-Operator

selbst bleibt unsichtbar. Er ist keine sichtbare Drehung, sondern die unsichtbare Vorschrift, wie das Elektron und das Feld miteinander verschränkt sind. Wir sehen nicht den Operator, wir sehen nur das Ergebnis seiner Operation: die veränderte Flugbahn des Elektrons.

Die Aufnahme oder Abgabe von Energie aus dem Feld kann nur in Quanten geschehen. Hierbei werden Photonen abgegeben (emittiert) oder aufgenommen (absorbiert). Das ist kein Kausalverhältnis: Es kann nicht gesagt werden, dass die Änderung der Bewegungsbahn eines Elektron *bewirkt*, dass ein Photon frei oder eingefangen wird, sondern die Änderung des Photonenfeldes ist die andere Seite der gleichen Medaille: Ein Aspekt der Veränderung der Elektronenbahn. Das Photon ist nicht eine Nachricht, die das Elektron nachträglich sendet. Es ist die *Form*, in der sich die Veränderung des Elektrons vollzieht. Das Elektron verändert sich, indem es ein Photon emittiert – oder andersherum: Das Photon entsteht, indem sich das Elektron verändert. Beides ist untrennbar.

So ähnlich ist es im Café: Die Gäste ändern ihr Verhalten. Sie schauen auf, sie verstummen, sie beginnen zu sprechen. Sie senden nicht erst eine Nachricht über ihre Veränderung. Ihr verändertes Verhalten *ist* die Botschaft. Und diese Botschaft wirkt auf die anderen Gäste zurück.

Für mathematisch Interessierte: So wie das Verständnis der Quantelung der Energie daraus entsteht, wenn Felder als Schwingungen in der komplexen Zahlenebene begriffen werden, so verlangen die tieferen Schichten der Materie nach noch mächtigeren Zahlenklassen. Die Pauli-Matrizen sind letztlich eine Darstellung der Quaternionen – sie beschreiben die Geometrie des rotierenden Raums und damit den Spin der Teilchen. Dirac ging noch einen Schritt weiter: Seine Dirac-Matrizen bilden eine Clifford-Algebra $Cl_{1,3}\mathbb{R}$ (die der britische Mathematiker W.K. [Clifford](#) [1845-1879] bereits 1878 bei seiner Beschäftigung mit den Quaternionen formuliert hatte, lange bevor mit Dirac ihre Anwendung in der Physik deutlich wurde), welche die drei Raumachsen und die Zeitachse organisch miteinander verbindet. Für die Elemente einer Clifford-Algebra gelten drei Regeln: Anti-Kommutativität: $a \cdot b = -(b \cdot a)$. Richtungsregel (Metrik): $a \cdot a = 1$ oder -1 , je nach Art des Raums. Assoziativität: Bei einer Kette von Faktoren $a \cdot b \cdot c$ dürfen die Klammern beliebig gesetzt werden. Während Pauli für die "innere Drehung" (den Spin) die passende Zahlenklasse fand, konnte Dirac darüber hinaus für die Geometrie der fließenden Raumzeit zeigen, dass für sie die Symmetrieregeln der Clifford-Algebra gelten. Der amerikanische Mathematiker Louis H. [Kauffman](#) (* 1945) konnte zeigen, dass diese Symmetrien aus zwei Operatoren zusammengesetzt werden können: Oszillation und Zeit-Verschiebung. Bei der Oszillation $[a,b]$ wechseln zwei Größen a und b im zeitlichen Verlauf fortlaufend ihren Platz (als periodische Sequenz), und bei der Zeitverschiebung wird diese Reihenfolge um einen Taktschritt verschoben. Erst die Verschiebung – ein räumlicher Unterschied –

bricht die Symmetrie der regelmäßigen Oszillation und erzeugt die Phasenverschiebung, die formal den Rechenregeln der imaginären Zahlen entspricht (Kauffman 2014). In dieser Allgemeinheit konnte er das auf andere Bereiche wie Knotentheorie, Molekularbiologie, zelluläre Automaten und Erkenntnistheorie übertragen. Sie entsprechen formal der Quantenfeldtheorie. – Und so wie Planck mit der Entdeckung fertig werden musste, dass die Natur Sprünge macht, entdeckte Dirac rein mathematisch eine nicht weniger bedeutende Sensation: So wie eine Gleichung wie $x^2 = 4$ mit +2 und -2 zwei Lösungen hat, hat auch seine im Jahr 1928 aufgestellte Gleichung rein mathematisch zwei Lösungen. Er deutete die zweite Lösung als Antimaterie. Bereits 1932 gelang dem amerikanischen Physiker Anderson mit dem Positron der Nachweis. Niemand kann sich vorstellen, was Antimaterie sein soll. Seither sind die Physiker überzeugt, physikalische Vorgänge durch ihre mathematische Symmetrien zu beschreiben. Die Mathematik zwingt uns, Antimaterie als real zu denken, auch wenn unsere Anschauung versagt. – Emmy [Noether](#) (1882-1935) lieferte mit ihrem bereits 1918 aufgestellten Theorem das tiefere Verständnis. Ihr Theorem besagt, dass jede Erhaltungsgröße aus einer Symmetrie entspringt. In diesem Beispiel bedeutet es, dass die Erhaltung der elektrischen Ladung der U(1)-Symmetrie entspricht, die wiederum später grundlegend für das Verständnis der Elektrodynamik wurde. Das öffnete den Weg für weitere Symmetrien wie SU(2) für die Radioaktivität und SU(3) für die starke Kernkraft, die den Atomkern zusammenhält. Anschaulich gesprochen: Damit die Gesamtladung des Universums bei Null bleiben kann (wenn Energie in Materie umgewandelt wird), muss für jedes negativ geladene Elektron ein positiv geladenes Gegenstück entstehen, das Positron.

Wie sehr sich die mathematische Vertiefung auch für Laien und Nicht-Naturwissenschaftler lohnt, zeigt der Briefwechsel von Wolfgang Pauli mit Carl Gustav Jung 1932-58. Als Paul Dirac 1928 die Antimaterie vorhersagte, war Pauli zunächst zutiefst skeptisch. Doch als das Positron (das Antiteilchen des Elektrons) im Labor nachgewiesen wurde, erkannte Pauli die universelle Tragweite: Die Natur ist im Fundament symmetrisch. Jedes Teilchen besitzt zwingend einen unsichtbaren, energetischen "Zwilling" mit umgekehrten Vorzeichen. Für C.G. Jung war der Schatten der unbewusste, abgespaltene Teil der Persönlichkeit. Er enthält alles, was das bewusste Ich (die Persona) ablehnt oder unterdrückt. Jung und Pauli stellten fest, dass die Entdeckung der Antimaterie die exakte physikalische Entsprechung dieses psychischen Prinzips ist (Pauli, Jung 1992). Was Pauli und Jung entdeckten, ist nichts Geringeres als die physikalische Entsprechung des hegelianischen Widerspruchs: Jede Position erzeugt ihre Negation als ihr Anderes, das sie zugleich ausschließt und voraussetzt.

Mathematische Grundbegriffe (Faserbündel und Getreidefeld)

Und was macht die Mathematik daraus? Selten sind mathematische Begriffe so anschaulich wie in der Differentialgeometrie. Statt von Quantenfeldern wird von einer Art Getreidefeld gesprochen: Es geht um Basis, Faser, Faserbündel, Zusammenhang, Wege, Krümmung und Torsion. Mit diesen Begriffen gelingt es, nicht nur die Quantenfeldtheorie anschaulich zu machen, sondern ihre Methode auf andere Gebiete zu übertragen.

Das war vor allem die Leistung des amerikanischen Mathematikers Norman [Steenrod](#) (1910-1971), dessen *Topologie der Faserbündel* 1951 erschien. Sein Vater war laut Eintrag in Wikipedia Lehrer für technisches Zeichnen, seine Mutter Musiklehrerin, und er finanzierte sich sein Studium als Industrie-Designer bei Chevrolet. Er galt als herausragender Pädagoge mit der Fähigkeit, komplexe mathematische Strukturen klar und systematisch aufzubereiten. – Unabhängig davon veröffentlichten 1954 die Physiker Chen Ning [Yang](#) (1922-2025) und Robert [Mills](#) (1927-1999) eine Arbeit, mit der sie die Quantenfeldtheorie von der Elektron-Spin-Kopplung auf die Verhältnisse innerhalb des Atomkerns und dort die Wechselwirkung von Neutron und Proton übertrugen. In den 1970ern wurde deutlich, wie eng die Theorie der Faserbündel und die von Yang und Mills verallgemeinerten physikalischen Theorien zusammenhängen (so Wu und Yang 1975). Das war die Geburt der neuen Mathematik der Teilchenphysik und insbesondere des Standardmodells für die elektroschwache Wechselwirkung (Glashow, Abdus Salam und Steven Weinberg 1967-68), die Quantenchromodynamik (Fritzsch, Gell-Mann und Leutwyler 1972-73), darauf aufbauender Großer Vereinheitlichungstheorien (erstmalig Georgi und Glashow 1974) und Supersymmetrien (ca. 1981). Mathematisch konnten die Arbeiten von Sophus [Lie](#) (1842-1899) und Élie [Cartan](#) (1869-1951) durch die nachfolgende Generation der Gruppe Bourbaki – insbesondere durch Claude [Chevalley](#) (1909-1984), Charles [Ehresmann](#) (1905-1979) und Henri [Cartan](#) (1904-2008) – vervollständigt und in den heute geläufigen, strengen Rahmen der Faserbündel integriert werden.

Die Theorie der Faserbündel ist eine Siebenheit (Heptade) von sieben Grundbegriffen, die als eine übergreifende wissenschaftliche Methode angesehen werden kann.

- (1) Basismannigfaltigkeit. Der Boden, aus dem die Fasern sprießen und mit Nahrung versorgt werden. In der Physik ist das die Raumzeit, in der Mathematik die differenzierbare Mannigfaltigkeit (das ist ein Raum, der lokal euklidisch ist).
- ((2) Faser. Das ist die entscheidende Größe. Jeder Halm im Getreidefeld (Faser) hat einen Bewegungsraum, in dem er sich bewegen kann ohne seine Identität zu verlieren. Die Natur hat sich

viel Mühe gegeben und für den Halm eine Architektur geschaffen, von der die menschliche Baukunst noch weit entfernt ist: Der Halm kann wachsen, im Innern Nahrung transportieren, Wind ausgleichen, Früchte tragen, und am Ende entsorgt er sich, und seine Baustoffe gehen in den Humusboden (die Basismannigfaltigkeit) ein und versehen sie mit neuen Ressourcen. Das zeigt sich in seiner vielfältigen Symmetrie: die Zylinder-Symmetrie des Halms, die Rotationssymmetrie der Ringstrukturen, die Axialsymmetrie entlang des Halms und seiner Unterteilung in Abschnitte. Nach diesem Vorbild sucht die Physik nach vergleichbaren Symmetrien in allen anderen Bereichen der Natur.

Wenn kein Wind weht, befindet sich der Halm im Grundzustand. Aber auch dann bewegen sich einzelne Halme, senden einen Windstoß aus und berühren vielleicht sogar Nachbarhalme, wobei sie einen Impuls übertragen. Spannend wird es im Sturm. Hier zeigt sich die durch ihre Symmetrie gegebene Widerstandskraft der Halme. Sie können einen guten Teil der von außen kommenden Windstöße aufnehmen. Sie geben gleichsam einen *negativen Windstoß* ab: Der Windstoß zu ihren Nachbarn ist geringer als der Windstoß, dem sie durch den Sturm ausgesetzt waren. Sie fangen mit ihrer Krümmung einen Teil der Windenergie ein. Wenn sich der Wind wieder legt, wird sich ihre innere Spannung nach und nach wieder entladen, sie werden sich aufrichten und hierbei erneut kleine Windstöße erzeugen. In der Summe werden sie so viel Energie abgeben, wie sie vom Wind empfangen haben, aber zu einem guten Teil zeitverzögert und dadurch ausgleichend.

Die Fasern sind vielfältige Operatoren, die den Stoffwechsel bewerkstelligen, Wachstum ermöglichen, Licht aufnehmen und umwandeln, Wind in Krümmung abfangen, und sich am Ende selbst in wiederverwendbare Bestandteile zerlegen.

(3) Faserbündel, die Gesamtheit der Fasern. Das Feld. Am Gemälde von van Gogh ist zu sehen, wie die Fasern im Wind schwingen ohne abzuknicken. Das Getreidefeld ist wie eine Herde, die sich schützt und zusammenhält.

(4) Zusammenhang. Benachbarte Fasern passen sich aneinander an und bilden im Ganzen eine wellenförmige Struktur, die das Feld beweglich und flexibel macht. Wenn Wind über das Feld streicht, werden Wellenbewegungen sichtbar, und das Feld ähnelt einer bewegten See. Der Zusammenhang beschreibt, wie die Bewegung einer Faser auf die benachbarten Fasern übergeht.

Dieser Zusammenhang kann seinerseits als ein Feld aufgefasst werden: An und für jede Faser kann der Raum der Möglichkeiten ergänzt werden, wie sich die Bewegung dieser Faser auf andere übertragen lässt. Physikalisch wird dieser Übergang von einer Faser zu den benachbarten Fasern durch Teilchen vermittelt, den sogenannten Botenteilchen. Das sind im Beispiel des Getreidefelds

die Luftbewegungen, die von den sich bewegenden Halmen ausgehen, bis im Zusammenstoß zweier Halme ein mechanischer Impuls übertragen wird. Das Zusammenhangs-Feld wird daher als Boten-Feld angesehen. In der Elektrodynamik steht jede Faser des Elektronen-Feldes für den aktuellen Zustand eines Elektrons; das Photonen-Feld ist das Boten-Feld. Wenn sich der Zustand eines Elektrons ändert, wird dies durch die Emission oder Absorption eines Photons vermittelt, das mit benachbarten Elektronen wechselwirkt. Dadurch bleibt die elektrische Ladung als Erhaltungsgröße unverändert. Die Physik nennt ein solches Boten-Feld ein Eichfeld.

(5) Weg (Trajektorie). Übergreifend kann mitverfolgt werden, wie sich ein Feld unter äußeren Belastungen dreht und biegt und anschließend wieder aufrichtet. Am Weg zeigt sich, ob die Symmetrie der Fasern und der Zusammenhang des Faserbündels gelingt und die Natur "gut gearbeitet" hat.

(6) Krümmung. Die Krümmung des Weges zeigt in jeder Stufe die Belastung und die von ihr hervorgerufene Anpassung. Die Krümmung wird gemessen als Abweichung von der Normalsituation bei einer leichten Brise.

(7) Torsion. Torsionen sind die äußerste Möglichkeit, in Katastrophensituationen wenigstens für Einzelelemente das Überleben zu sichern. Die Fasern krümmen sich nochmals in sich selbst, schließen sich in einzelne Einheiten zusammen, die unter dem äußeren Druck abreißen, sich vom Wind tragen lassen und an anderer Stelle wieder zu Boden gehen und in Humus verwandeln können. – Das sind vielleicht Ausnahmen, die nur selten auftreten. Aber an *einer* Katastrophe kommt keine Faser vorbei: Ihr Alterungsprozess. Im natürlichen Lebenszyklus einer Faser bilden sich Früchte und Samen heraus. Sie sind durch die Torsion geschützt, fallen herab und beginnen in der Basismannigfaltigkeit als Keime einen neuen Zyklus.

Am wichtigsten ist der *Weg*, den das Feld im Verlaufe dieses Zyklus geht. Das ist industriell gesprochen das *Design*, aus Sicht der Philosophie die *Methode* und im Sinne des chinesischen Denkens das *Dao*, wodurch alles gelingt. Das Dao ist das, was die Dinge in den Fluss bringt, ohne selbst ein Ding zu sein. In einer etwas altertümlichen Ausdrucksweise ist es der Werkmeister, der den Weg entwirft und dafür verantwortlich ist, dass er eingehalten werden kann. Am Weg zeigt sich das mit jedem Feld gegebene Potential, das einen Zyklus der Reifegrade durchläuft (Saat, Wachstum, Reife, Ernte, winterliche Ruhephase).

Beispiele aus dem Alltag

– Magnetresonanztomographie (MRT)

Das MRT zeigt, wie aus einer rein mathematischen Entdeckung – dem Spin – ein Gerät wurde, das tief in unseren Körper hineinschauen kann, ohne ihn aufschneiden zu müssen. Gerade im Alter ist diese Technik unverzichtbar geworden, vor allem zur Klärung von Kopf-, Rücken- oder Gelenkschmerzen.

Was geschieht im MRT? Unser Körper besteht zu großen Teilen aus Wasser. Jedes Wassermolekül enthält zwei Wasserstoffatome. Der Kern eines Wasserstoffatoms ist ein einzelnes Proton. Und dieses Proton hat einen Spin.

Das MRT erzeugt ein starkes Magnetfeld. Darin richten sich die Spins der Protonen aus, so wie winzige Kompassnadeln. Ein zweites, schwankendes Magnetfeld wird eingestrahlt. Es stößt die Protonen an. Sie kippen um und kippen zurück. Dabei senden sie ein schwaches Echo aus.

Anhand dieses Echos erkennt das MRT, dass dort Protonen vorhanden sind und dass sie zuvor umgekippt waren. Daraus gewinnt es seine Bilder und kann z.B. die genaue Lage und Größe eines Tumors oder einen Bandscheibenvorfall sichtbar machen (wie es bereits Bernhard Pitzal am 30.6.2021 im Themenkreis vorgetragen hat).

Manche Gewebe – Muskeln, Fett, Organe – enthalten recht viel Wasser. Deshalb können sie und ihre Struktur besonders gut erkannt werden. Dagegen sind Lunge und der Magen-Darm-Trakt mit ihren Luftanteilen, die wenig Wasserstoff enthalten, sowie die harten, dichten und wasserstoffarmen Knochen und Zähne kaum für MRT geeignet.

Ergänzung: Während das klassische MRT den Aufbau (die Anatomie) des Körpers zeigt, macht das funktionelle MRT (fMRT) Vorgänge (Funktionen) sichtbar, insbesondere die Aktivität in unserem Gehirn. Es misst nicht direkt die neuronalen Signale, sondern den Sauerstoffverbrauch. Das fMRT nutzt die Tatsache aus, dass sauerstoffreiches und sauerstoffarmes Blut unterschiedliche magnetische Eigenschaften haben. Im Ergebnis zeigt es, welche Hirnregionen aktiv sind, wenn jemand zum Beispiel Musik hört, ein Rätsel löst oder meditiert.

– Das elektrisch angetriebene Auto

Wir sind seit der Erfindung des Otto-Motor 1876 den Verbrennungsmotor gewohnt. Generationen junger Männer haben im Automotor herumgebastelt und waren von dessen Ingenieurtechnik begeistert, dem Vergaser, den Zündkerzen und nicht zuletzt der Auspuffanlage mit ihren röhrenden

Geräuschen. Der Verbrennungsmotor ist mit seinen 1.000 bis 2.000 Einzelteilen eine echte Herausforderung. Sie sind überwiegend mechanisch verbunden, lassen sich beim Öffnen der Motorhaube gut überschauen und ohne allzu großes Risiko untersuchen, reparieren und möglicherweise frisieren und aufrüsten.

Was hat da das E-Auto zu bieten? Seine Technik beruht auf dem schwer zu verstehenden Wechselspiel von Magnetismus, Elektrizität und klassischen Antriebsmechanismen. Dafür genügen 200 Bauteile, die jedoch für ihren reibungslosen Ablauf auf eine Steuerungselektronik angewiesen sind, die auf einem komplexen System von Milliarden von Halbleitern beruht. Was dort geschieht und wie sie im Einzelnen konstruiert sind, kann nur eine Maschine verstehen und entwerfen. Arbeiten an Komponenten wie dem Akku, dem Inverter oder dem Motor sind für Laien lebensgefährlich. Was bleibt, sind die Elektronik und das Software-Tuning, um etwa die Beschleunigung oder das Thermomanagement zu verbessern. Es bietet wie ein Handy der Meisterklasse eine Vielzahl von elektronischen Anzeigen, Einstellungsmöglichkeiten und Gadgets. Der Fahrer kann sich wie im Cockpit eines Flugzeugs fühlen und wird bald die Steuerung an autonome Systeme abgeben. Dafür wird das Fahren weit entspannter. Der Motor läuft viel gleichmäßiger, und es ist ein Wettbewerb der Hersteller entstanden, mit neuer Elektronik das Fahrgefühl zu optimieren.

Was geschieht beim Fahren eines E-Auto?

1. Stromfluss und Magnetfelder: Beim "Gasgeben" wird nicht Benzin in den Verbrennungsmotor geleitet, sondern aus der Batterie fließt Gleichstrom zum Inverter (Wechselrichter). Dieser wandelt ihn in Wechselstrom um und schickt ihn in die Kupferwicklungen des Stators (der feststehende Teil des Motors). Dieser Stromfluss erzeugt ein rotierendes Magnetfeld, das im Kreis um das Innere des Motors wandert.

2. Die Interaktion der Magnete: Im Inneren des Motors befindet sich der Rotor (der drehbare Teil). Wenn dieser keine eigenen Permanentmagnete besitzt, wird er durch elektromagnetische Induktion magnetisiert: Das rotierende Magnetfeld des Stators wandert an den elektrischen Leitern (oder Spulen) des Rotors vorbei. Durch diese Bewegung wird im Rotor eine elektrische Spannung und somit ein Stromfluss erzeugt (induziert). Dieser fließende Strom baut nun seinerseits ein eigenes Magnetfeld um den Rotor auf. Da sich gleiche Magnetpole abstoßen und ungleiche anziehen, interagieren die beiden Magnetfelder: Der Rotor wird vom rotierenden Magnetfeld des Stators förmlich "mitgerissen". Er beginnt sich mit extrem hoher Geschwindigkeit zu drehen. Das ist der Moment, in dem elektrische Energie in mechanische Rotationsenergie umgewandelt wird.

3. Kraftübertragung auf die Achsen: Ein Elektromotor dreht viel schneller (bis zu 18.000 U/min), als sich ein Rad drehen sollte. Daher ist ein Getriebe zwischengeschaltet. E-Autos haben meist ein Ein-Gang-Getriebe (Reduktionsgetriebe). Es reduziert die hohe Drehzahl des Motors auf ein handhabbares Maß und vervielfacht dabei das Drehmoment (die Kraft). – Das Differential verteilt die Kraft auf die linke und rechte Antriebswelle, damit die Räder in Kurven unterschiedlich schnell drehen können. – Die Antriebswellen (massive Stahlstangen) übertragen die Drehung schließlich direkt auf die Radnaben, wodurch die Reifen Bodenhaftung aufbauen und das Auto vorwärts schieben.

Zum Vergleich: Beim klassischen Verbrennungsmotor wird Benzin in den Verbrennungsmotor geleitet, dort zur kontrollierten Explosion gebracht, wodurch die Kolben in eine Auf- und Ab-Bewegung gedrückt werden, die über die Pleuel auf die Kurbelwelle übertragen werden und deren rotierende Bewegung erzeugen. Das lässt das gesamte Auto vibrieren. Der Verbrenner ist ein Prozess (Saugen, Verdichten, Zünden), der auf Betriebstemperatur kommen und das mechanische Getriebe in Bewegung versetzen muss. Dagegen ist das Feld im E-Motor ein *Zustand*, der mit Lichtgeschwindigkeit hergestellt wird. Daher kann das E-Auto weit gleichmäßiger und direkter beschleunigen.

Das Herzstück des Antriebs sind Milliarden von Halbleiter-Bauelementen im Inverter (Wechselrichter), die tausende Male pro Sekunde gewaltige Strommengen schalten müssen, ohne zu verglühen. Ihre Funktionsweise ist eine weitere Anwendung der Dirac-Gleichung. Die besonderen Quanteneigenschaften spezieller Materialien – oft auf Basis Seltener Erden – ermöglichen es, das Wechselspiel von Elektrizität und Magnetismus auf atomarer Ebene zu optimieren. Zielsetzung: Stärkere Permanentmagnete führen zu einer kleineren Bauweise der Motoren, einem geringeren Stromverbrauch und einem präziseren Einsatz der Energie. Was als mathematische Symmetrie in der Dirac-Gleichung begann, ermöglicht heute eine neue Form der Mobilität.

Hintergrund: In Materialien mit Seltenen Erden (wie Neodym) sind die Spins der Elektronen so angeordnet, dass sie extrem starke Magnetfelder erzeugen. Ohne das Verständnis dieser relativistischen Quanteneffekte könnten diese Hochleistungsmagnete nicht konstruiert und eingesetzt werden.

In der Sprache der Faserbündel: Wenn sich ein Mathematiker mit einem Ingenieur von Elektro-Autos unterhält, kann er ihm zeigen, wie das Elektro-Auto aus Sicht der Quantenfeldtheorie zu verstehen ist.

Basismannigfaltigkeit: Das Motorgehäuse, an dem die Komponenten für die Versorgung, den Betrieb und die Nutzung der im Elektro-Auto eingesetzten Elektromotoren angebracht sind.

Fasern: Jede Komponente verfügt über ihre eigene Symmetrie, den jeweiligen Input aufzunehmen, zu transformieren und weiter zu geben. Es ist nicht ein Feld gleichmäßiger Gewächse, sondern unterschiedlicher Fasern, die über ihre jeweilige Symmetrie aufeinander abgestimmt sind.

Faserbündel: Die Gesamtheit der Fasern entlang der Basismannigfaltigkeit.

Zusammenhang: Der Takt und der Rhythmus, mit dem die Komponenten abgestimmt werden. Meist folgt jede Komponente ihrer eigenen Symmetrie, und durch den Zusammenhang ist gegeben, ob und wie sie zusammen passen.

Trajektorie: Die Ingenieurskunst des E-Automobilbau findet im Faserbündel einen Weg, der für das Auto maßgeschneidert ist.

Krümmung: Das sind die tatsächlichen Feldstärken, die auf diesem Weg gelten.

Torsion: Die Krümmung kann entweder bei Gelingen zu einem harmonischen Ablauf führen, der das Auto fahren lässt, oder bei Fehlerfällen zu Abbrüchen bis hin zu einer Explosion des Motors.

– Das traditionelle mechanische Getriebe einer Uhr

Rückblickend wird es möglich, traditionelle Mechanismen wie die Uhr aus der Perspektive der Quantenfeldtheorie zu beschreiben.

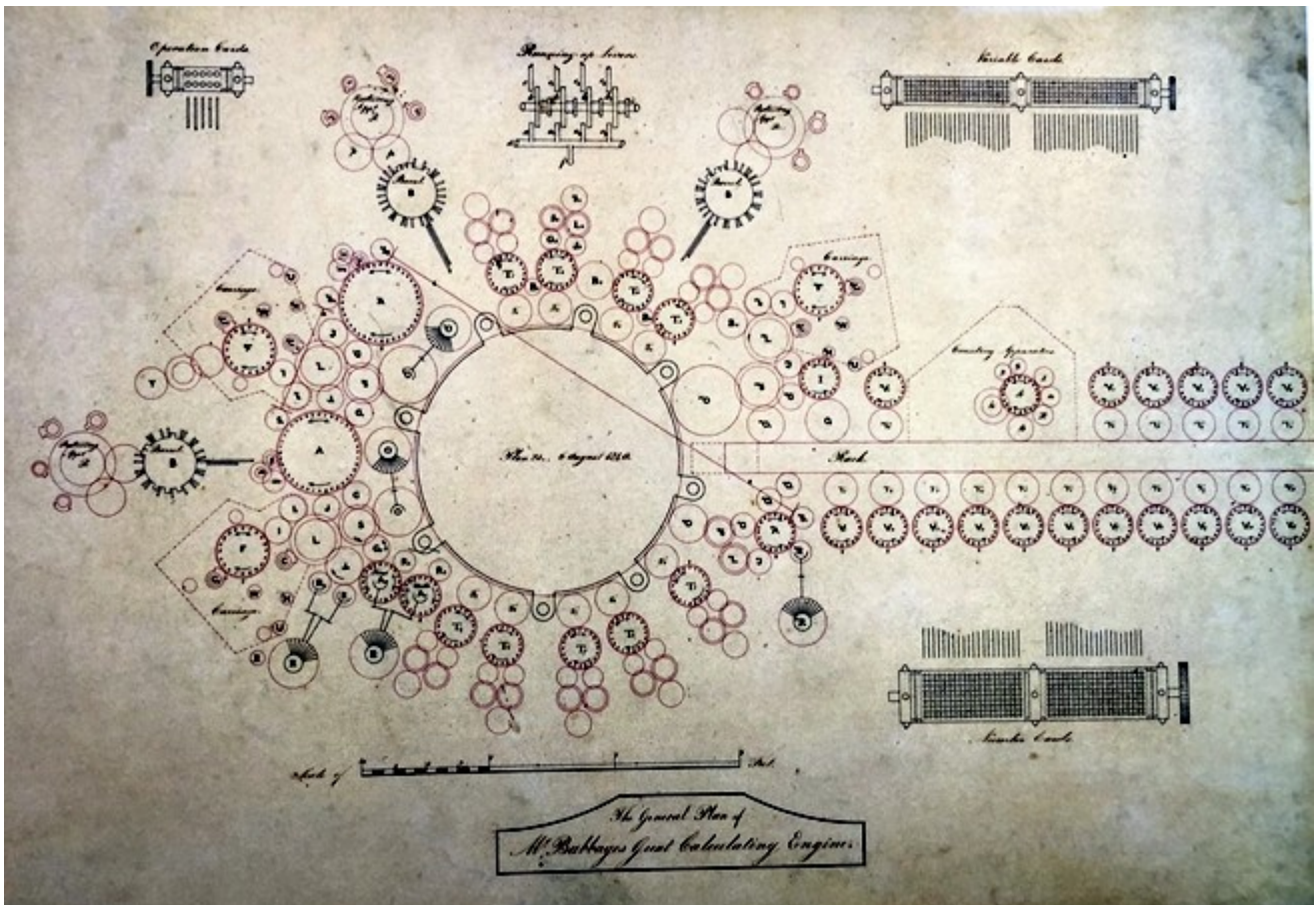


Foto des Plans der Babbage Analytical Engine aus dem Jahr 1840 im Computer History Museum

Urheber: [ArnoldReinhold](#), eigenes Werk, in: [Wikimedia CC BY 4.0](#)

Basismannigfaltigkeit: Im Gehäuse der Uhr sitzt an jedem Punkt (jedem Ort in der Uhr) ein Zahnrad (die Faser).

Faser: Jedes Zahnrad hat eine symmetrischen Zahnung. Das sind in traditionellen Uhren meist über 30 Zähne, bei den Zahnradern für die Minuten- und Sekundenanzeige oft 60 bis 80 Zähne.

Faserbündel: Die Gesamtheit aller Zahnräder im Getriebe.

Zusammenhang: Das Ineinandergreifen der Zähne, die Drehung eines Rades überträgt sich auf das nächste.

Weg (Trajektorie): Die Anordnung der Räder, so dass am Ende die Zeitanzeige entsteht.

Krümmung: Schrägstirnräder. Durch die Krümmung der Zähne werden Winkel möglich. Das Getriebe läuft leiser und gängiger. Bei Autos in fast allen modernen Schalt- und Automatikgetrieben für Vorwärtsgänge. Das typische Heulen beim Rückwärtsfahren liegt oft daran, dass der Rückwärtsgang aus Kostengründen meist noch gradverzahnt ist. Windkraftanlagen,

Präzisionsmaschinen z.B. für medizinische Technik, Traktoren und Erntemaschinen kommen ohne Schrägstirnräder nicht aus, da Vibrationen den Ablauf stören würden. Eine weitere Steigerung liegt in der Pfeilverzahnung, bei der Schrägverzahnungen mit entgegengesetzter Steigungsrichtung direkt nebeneinander auf ein Zahnrad gesetzt sind. Sie sind allerdings aufwendig und teuer. (Das Logo der Automarke Citroën stellt genau so eine Doppel-Schrägverzahnung dar, da der Firmengründer André Citroën sein Geschäft mit der Produktion dieser speziellen Zahnräder begann.)

Torsion: An der Torsion zeigt sich, ob die Krümmung "aufgeht" (das Werk läuft rund) oder zum Klemmen, Stocken oder Auseinanderbrechen führt.

Die Kunst der Uhrmacher liegt im Design des Weges.

– Das Handy und der Halbleiter

Ein Handy besteht aus dem Zusammenspiel von Milliarden von Transistoren, die wiederum jeweils aus Tausenden von Atomen bestehen. Es ist nun die Kunst der Materialwissenschaft, solche Materialien zu finden und industriell zu erzeugen, die über eine Kristallstruktur und über Atomkerne und die von ihnen erzeugten Magnetfelder verfügen, um die gewünschten Prozesse präzise vorherzusagen und steuern zu können.

Im Kern geht es um das Wechselspiel von Verstärken und Blockieren. Ankommende Signale, die das Handy empfangen und interpretieren soll, müssen extrem verstärkt werden. Zugleich muss verhindert werden, dass die von den Transistoren im Handy erzeugten Energien nicht nur kurzfristig wirken und ihre Aufgabe erfüllen, sondern sich ausbreiten und alles überhitzen und schlicht viel zu viel Energie verbrauchen. Das leisten die Halbleiter. Sie können an den Energieniveaus unterscheiden, ob ein Signal verstärkt oder blockiert werden soll.

Um das zu verstehen und bis in kleinste Größenordnungen berechnen und einsetzen zu können, ist die Quantenfeldtheorie gefordert. Die Dirac-Gleichung beschreibt, wie sich Elektronen in der Nähe schwerer Atomkerne verhalten. Die Kerne sind stark positiv geladen. Die Elektronen auf den inneren Bahnen werden extrem schnell, bis nahe der Lichtgeschwindigkeit. Dadurch werden relativistische Effekte wirksam: Die Energielevel der Elektronen verschieben und spalten sich auf.

Diese Effekte sind die Grundlage modernster Materialentwicklung. *Galliumnitrid* (GaN) beispielsweise erlaubt höhere Spannungen auf engstem Raum. Deshalb sind heutige Ladegeräte so winzig. *Indiumgalliumarsenid* (InGaAs) lässt Elektronen viel schneller laufen und findet sich in 5G-Antennen. Und bei *Graphen*, einer nur eine Atomlage dicken Schicht, werden die relativistischen Effekte so stark, dass sich die Elektronen verhalten, als hätten sie fast keine Masse

mehr. Die Quantenfeldtheorie liefert somit nicht nur die Sprache, um diese Phänomene zu beschreiben, sondern auch die Werkzeuge, um sie technologisch zu nutzen.

– **Navigationssystem GPS**

Für ein Navigationssystem muss ein Handy erkennen, wo es ist und stimmt sich mit den GPS-Satelliten ab. Jeder GPS-Satellit trägt eine Atomuhr. Diese Uhren basieren auf der präzisen Schwingung von Atomen, meist Cäsium oder Rubidium. Die Elektronen in diesen Atomen springen zwischen Energieniveaus hin und her. Die Frequenz dieser Sprünge ist die Taktgeberin der Uhr.

Doch hier stört das Quantenvakuum. Es ist nicht leer, sondern voller Fluktuationen, virtueller Teilchen, die aus dem Nichts entstehen und vergehen. Diese Fluktuationen verschieben die Energieniveaus der Elektronen um einen winzigen Betrag: den Lamb-Shift. Ohne die Quantenelektrodynamik – den Teil der QFT, der sich mit Licht und Materie befasst – könnte diese Verschiebung nicht berechnet werden.

Weiter muss die Relativität berücksichtigt werden: Die Satelliten bewegen sich schnell (Zeitdilatation) und sind weit von der Erde entfernt (weniger Gravitation). Beides verändert den Gang der Uhren. Erst die Korrektur durch Einsteins Theorien und die QFT macht GPS so präzise, dass auf einem Handy sein Standort auf wenige Meter genau bestimmt werden kann.

– **Ausblick: Quantenfeld der Worte**

Wenn wir verstehen, wie Symmetrien und Felder die Materie und die Energie steuern, stellt sich die Frage: Folgen auch unsere Worte, die Träger unserer Ideen, einer solchen Geometrie? Das wird das Thema eines weiteren Treffens sein: Das Quantenfeld der Worte. Lassen sich die Gesprächsverläufe in einem Chat mit neuronalen Netzen als *Zusammenhänge* in einem geeignet entworfenen Quantenfeld der Worte verstehen? Ein solcher Ansatz stellt die Frage nach den Boten, die zwischen den Worten vermitteln, und ihren Eigenschaften. Sie sind gewissermaßen die Photonen oder Gluonen der Sprache. Das geht weit über das bloße Nachplappern stochastischer Papageien hinaus (Bender, Gebru, u.a. 2021). Diese fragen nur, welche Worten einander nach statistischen Regelmäßigkeiten folgen. Das Quantenfeld der Worte beschreibt dagegen, wie sich Worte ändern und aus gegebenen Worten neue Worte eingeführt werden können. Das Quantenfeld der Worte ist eine Architektur der Innovation und des Sinns.

Anhänge

Handout und einige wichtige Themen, die nicht aufgenommen werden konnten und möglicherweise später vertieft werden.

Handout Mathematische Grundbegriffe und drei Beispiele

Begriff (Ereignis)	Café (Michael Jackson betritt den Raum)	Getreidefeld (Wind)	QFT / Elektromotor (Induktion)
1 Basismannigfaltigkeit (wo geschieht es, die Bühne)	Die räumliche Anordnung der Tische und Einrichtungen im Café	Der Ackerboden, auf dem das Getreide wächst	Die Raumzeit, in der sich Elektronen und Atomkerne bewegen
2 Materiefeld (um wen geht es, Akteure, Operatoren)	Die Gäste (die Träger der Aufmerksamkeit)	Die Halme (die Träger der Biege-Möglichkeiten)	Das Elektronenfeld (die Träger des Spins)
3 Faser (um was geht es)	Aufmerksamkeitsraum eines einzelnen Gastes (was jemand gerade sehen, hören, denken kann, ihr Potential)	Bewegungsraum eines Halms (Biege-Richtungen, Schwingungen)	Zustandsraum eines Elektrons (Energieniveau, Form des Elektronenorbitals, Belegung im Orbital, Spin)
4 Faserbündel	Die Gesamtheit aller Aufmerksamkeitsräume aller Gäste	Das Getreidefeld als Gesamtheit aller Halme und ihrer Bewegungsfreiheit	Die Gesamtheit aller Elektronen-Zustände an allen Punkten der Raumzeit
5 Botenfeld / Eichfeld (was erzeugt Spannung)	Kontakte (Blicke, Gesten, Worte) zwischen den Gästen	Vibrierende Windstöße, die sich von Halm zu Halm ausbreiten	Das Photon (überträgt die elektromagnetische Wechselwirkung)
6 Zusammenhang (wie entsteht Spannung)	Die Regel, wie ein Gast die Aufmerksamkeit eines Nachbarn auf sich zieht oder an ihn weitergibt	Die Kopplung zwischen benachbarten Halmen (wie sie sich gegenseitig biegen)	Die Dirac-Gleichung (legt fest, wie sich der Spin von Punkt zu Punkt verändert)
7 Trajektorie (Weg) (die dramatische Entwicklung)	Der Verlauf der Blicke, Gesten, Worte (die Erzählung, was bei einem Café-Besuch erlebt wurde)	Der Verlauf einer Biege-Welle durch das Feld (wo der Halm wann wie stark gebogen ist)	Die Bahn eines Elektrons durch die Raumzeit (oder die Weltlinie eines Teilchens)
8 Krümmungsfeld (wie intensiv geschieht es, Magnetfeld)	Die Stärke der Ablenkung der Aufmerksamkeit (wie sehr ein Ereignis die Gespräche beeinflusst -- Feldstärke des Ereignisses)	Die Stärke der Biegung (wie stark der Wind an einer Stelle weht -- das ist die Feldstärke des Windes)	Die elektrische Feldstärke (wie stark die Kraft auf ein geladenes Teilchen ist)
9 Torsion (wie kann es umkippen, Reife, Tod, Katastrophe)	Wenn sich im Gespräch eigenständige Ideen ausbilden, oder aber die Aufmerksamkeit sich so verdreht, dass polarisierende Gerüchte entstehen	Fasern bilden Früchte, oder sie zerreißen unter Druck (Tornado)	Autonome Bewegung entsteht, oder die Maschine explodiert

Variante

Die Heptade lässt sich mit Blick auf die Philosophie von Hegel aus einer Triade und einer Pentade entwickeln.

	Begriff	Energie	Übergänge über doppelte Negation
1	∪ Basismannigfaltigkeit	Energie der Dinge	Dinge (Objekte, Massen, Partikel) in ihrer Gegebenheit
2	α ∅ Faser		Potentialität jedes Objekts
3	β ∅ Faserbündel		Potentialität der Gesamtheit der Objekte und ihrer Kooperation
4	γ ∅ Zusammenhang	Energie der Form	Verlaufsform der Energie der Dinge
5	δ ∅ Trajektorie (Weg)		welche Wege sind möglich, wohin können sie führen
6	ε ∅ Krümmungsfeld		Eigen-schaften der Wege in ihrer Wirklichkeit
7	∞ Torsion	Energie des Prozesses	Identität der übergreifenden Bewegung, Umkehr auf sich selbst neue Unmittelbarkeit

Wellenknoten, Tunneleffekt, Quantenverschränkung

Wellenknoten als dynamische Superposition: Wellenknoten scheinen zu wandern, aber es werden nur die Überlagerungen (Superpositionen) weitergereicht. Das ist z.B. bei Wasserwellen zu beobachten: Bei leicht unterschiedlichen Frequenzen entstehen interferenzbedingte, scheinbar ruhige Stellen (Knotenlinien), die sich langsam verschieben, während die Einzelwellen durchlaufen. Im modernen Eventmanagement und in der Architektur werden Wellenknoten spektakulär eingesetzt. Durch präzise Überlagerung mehrerer Laserstrahlen entstehen optische Wirbel (Optical Vortices). Das sind Linien völliger Dunkelheit, die sich wie ein Faden durch den hellen Strahl ziehen. Diese können verknotet sein oder ganze Ringe bilden. In der Architektur werden Lichteffekte genutzt. Mit transzendenten LED-Körper können Wände errichtet werden, die nur auf Lichteffekten beruhen. Museumsbesucher können durch sie hindurchgehen und neue Welten betreten. Eine Beispiel ist *The Portal*, eine Installation des litauischen Künstlers Benediktas Gylys. Hier stehen zwei große, kreisrunde Bildschirme in weit voneinander entfernten Städten. Da läuft kein Film, sondern ein echtzeitiges Live-Bild der jeweils anderen Stadt. Die Illusion ist so stark, dass Menschen instinktiv winken, Zeichen machen, tanzen oder sogar versuchen, Gegenstände durch den Bildschirm zu reichen. Ich habe das vor wenigen Jahren in Lublin erlebt, als ich mit

einem Jungen Kontakt hatte, der "am anderen Ende" in Vilnius stand. – Das ist mehr als ein einfacher Wellenknoten, veranschaulicht aber dessen Wirkung: Ein Knoten ist kein Hindernis.

Tunneleffekt: Grundverständnis, warum von Wahrscheinlichkeitswellen gesprochen wird. Das Beispiel der Lampen auf einem Riesenrad: In Bensheim stand viele Jahre ein Riesenrad, auf dem viele Glühbirnen angebracht waren. Sie waren so geschaltet, dass nicht mehr die einzelnen Birnen wirkten, sondern der Eindruck einer Welle entstand, wie es früher von Bildschirmschonern bekannt war. Es kann auch sein, dass aufgrund technischer Defekte manche Lampen unerwartet an- und ausgehen, dunkel bleiben oder länger leuchten. Etwas ähnliches erlebte ich vor Jahre in Darmstadt bei der Aufführung des Stückes *100 Metronome* von Ligeti. Alle Metronome werden aufgezogen und sollten allmählich ausklingen. Das erzielt eine überraschende Wirkung. Die Idee war, dass aus dieser Stelle das Hauptwerk des Konzertabends erklingt, die 8. Sinfonie von Anton Bruckner, die wie aus dem Nichts anhebt. Aber einige Metronome hörten einfach nicht auf zu schlagen und mussten per Hand gestoppt werden.

Quantenverschränkung: Was ist das? Niemand kann glauben, dass es so etwas gibt. *Experimenteller Nachweis*, dass es weder eine Signalübertragung noch eine vorherige Absprache ist. Ein neues Denken ist erforderlich, Gesamtheiten als Ganze zu verstehen. Das ist der kopernikanischen Wende zum Heliozentrismus vergleichbar. – Hier sind die Quantencomputer ein Beispiel. Zwei weitere Beispiele: Quantenradar. Verschränkte Mikrowellenphotonen können Objekte (z.B. Tarnkappenflugzeuge) erkennen, die herkömmliches Radar täuschen. Das Prinzip: Das zurückkommende Signal wird mit dem verschränkten Partner verglichen, und das Rauschen lässt sich so herausfiltern. Quantennetzwerke: In Städten wie Shanghai oder Wien gibt es bereits Quantenlinks über Glasfaser, die verschränkte Photonen über Dutzende Kilometer austauschen, Vorboten eines zukünftigen "Quanteninternets".

Topologische Quantencomputer (Braiding, Flechten)

Topologische Quantencomputern sind eins der aktuellsten Themen, an denen intensiv geforscht wird. Sie versprechen eine weitere Optimierung der Quantenverschränkung und sind aus Materialien gebaut, deren Elektronenzustände wie Knoten oder geflochtene Zöpfe umeinander geschlungen sind. Im mathematischen Entwurf werden dabei Chern-Zahlen (vereinfacht: die Anzahl der Löcher einer Struktur, die sich durch Erschütterung nicht ändern lässt) oder andere topologische Invarianten genutzt.

Um im Bild der Getriebe und des Uhrwerks zu bleiben: Es spielt keine Rolle, mit welchem Öl die Zahnräder geschmiert sind oder ob die Uhr zu Boden fällt und einen mechanischen Schlag abbekommt: ein Knoten bleibt ein Knoten. Erst wenn das Material physisch zerschnitten würde, ginge die mit ihm verbundene Information verloren.

Diese Phänomene lassen sich nur mit der Quantenfeldtheorie (QFT) beschreiben. Die genannten Knoten (sogenannte Anyonen) existieren ausschließlich in extrem dünnen, zweidimensionalen Schichten. Um zu verstehen, wie mit ihnen gerechnet wird (indem sie umeinander herum bewegt werden), reicht die normale Quantenmechanik nicht aus. Hier kommt die Chern-Simons-Theorie ins Spiel, eine spezielle QFT, die als eine Art Verknotungslehre der Raumzeit aufgefasst werden kann. In ihr ist der Zusammenhang (Connection) so konstruiert, dass die Information nicht mehr im einzelnen Teilchen steckt, sondern in der Verschlingung der Trajektorien, welche die Teilchen in der Raumzeit beschreiben. In dieser neuen Welt topologischer Quantentechnologie sind es also nicht mehr die Teilchen selbst (die bloßen Punkte), die Information tragen, sondern die Pfade, die sie in der Raumzeit ziehen.

So schließt sich der Kreis: Was bei der Verschränkung zweier Teilchen beginnt, findet in der topologischen Verschränkung von Raumzeit-Pfaden seine vollendete Form und könnte schließlich als Modell für bedeutungsgenerierende Sprachfelder dienen.

Literaturhinweise

Arnold, V.I. (1978) *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag.

Arnold, V.I. (1983) *Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag.

Bender, E. M., Gebu, T., et.al. (2021) On the Dangers of Stochastic Parrots: Can Language Models Be Too Big?, in: *Proceedings of the 2021 ACM Conference on Fairness, Accountability, and Transparency (FAccT '21)*, Virtual Event, Kanada, 3.-10. März, 610-623.

Bourbaki, N. (1975) *Lie Groups and Lie Algebras Part I: Chapters 1-3*. Paris: Hermann, Publishers in Art and Science.

Dieudonné, J. (1979) *Grundzüge der modernen Analysis, Band 5-6*. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, Verlagsgesellschaft mbH.

Dirac, P.A.M. (1927) The quantum theory of the emission and absorption of radiation. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Vol. 114, No. 767*, 243-265.

Dirac, P.A.M. (1928) The Quantum Theory of the Electron. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Vol. 117, No. 778*, 610-624

- Drechsler, W. & Mayer, M.E. (1977) *Fiber Bundle Techniques in Gauge Theories*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.
- Feynman, R. (2006) *QED The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton: Princeton University Press.
- Hentschel, K. (2023²) *Lichtquanten*. Berlin: Springer Spektrum.
- Kauffman, L.H (2014) *Iterants, Fermions and the Dirac Equation* in: arxiv.org, eingereicht und überarbeitet Juni 2014.
- Kuhlmann, M. (2010) *The Ultimate Constituents of the Material World: In Search of an Ontology for Fundamental Physics*. Berlin/Boston: De Gruyter/ontos.
- Kuhlmann, M. (2012) *Interpretationen der Quantenfeldtheorie*. In: Michael Esfeld (Hg.): *Philosophie der Physik*. Berlin: Suhrkamp, 203-226.
- Pauli, W. und Jung, C.G. (1992) *Ein Briefwechsel 1932 - 1958*, herausgegeben von C.A. Meier. Heidelberg u.a.: Springer.
- Sternberg, S. (1978) *On the role of field theories in our physical conception of geometry*, in: Bleuler, K. et.al. (1978) *Differential Geometrical Methods in Mathematical Physics II*; Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag. S. 1-80.
- Teller, P. (1995) *An Interpretive Introduction to Quantum Field Theory*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Uhlenbeck, G. & Goudsmit, S. (1926) *Spinning Electrons and the Structure of Spectra*, in: *Nature*, Band 117, Ausgabe 2938, 264-265
- Zeilinger, A. (2005⁵) *Einsteins Schleier, die neue Welt der Quantenphysik*. München: Wilhelm Goldmann Verlag.
- Bildnachweis des Titelbildes: Von Vincent van Gogh - Reprografie aus Kunstbuch, Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9427769>